平成24年度　高等学校（第2学年）　数学科　研究授業　学習指導案

授　業　日　平成 24 年 6 月 8 日（金）第 1 時限
実施クラス　高校 2 年○組
授 業 場 所　高校 2 年○組　教室
指 導 教 諭　○○　○○　教諭
授　業　者　○○　○○

1.　単元名

第 3 章　数列「第 1 節. 数列とその和『4. 種々の数列（D. 数列とその和）』」（改訂版 数学 B／数研出版 P.97）

2.　授業の展開（50 分）

時間	学習内容	生徒の学習活動（◇） 指導上の留意点（★）	評価
導入 (5 分)	D. いろいろな数列(P.97)	◇教科書 P.97 を開き，板書を開始する。 ★分数の積の和をどのように求めるかを行うことの予告をする。	
展開① (7 分)	●応用例題 2 の実施	★応用例題 2 を解説する。 ★教科書にはヒントが書いてあるが，試験ではヒントはないことを伝え，自分で導けるように指導する。	

応用例題 2. 次の和を求めよ.

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$$

【解答】

$$\begin{aligned}\frac{1}{k(k+1)}&=\frac{(k+1)-k}{k(k+1)}\\&=\frac{k+1}{k(k+1)}-\frac{k}{k(k+1)}\\&=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\end{aligned}$$

より，求める和を S とすると，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)\\&=\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+1}\right)\\&=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}\qquad\blacksquare\end{aligned}$$

時間	学習内容	生徒の学習活動（◇） 指導上の留意点（★）	評価
		★部分分数分解の方法は練習 27 にて丁寧に指導し，ここではそれぞれの式変形が＝（イコール）で結ばれていることに注目させる。 →部分分数分解は，通分の逆演算であることを理解させる。	

時間	学習内容	生徒の学習活動（◇） 指導上の留意点（★）	評価
展開② (10 分)	●練習 27 の実施	★応用例題 2 を用いて，練習 27 を解説する。 ★部分分数分解の一般的な方法を，練習 27 を通して説明する。	

練習 27. 次の和を求めよ.

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

【解答】

$$\begin{aligned}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}&=\frac{1}{2}\left\{\frac{(2k+1)-(2k-1)}{(2k-1)(2k+1)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\frac{2k+1}{(2k-1)(2k+1)}-\frac{2k-1}{(2k-1)(2k+1)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)\end{aligned}$$

となる．よって，求める和を S とすると，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)\\&=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right)\\&=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{5}}-\cancel{\frac{1}{7}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{2n-1}}-\frac{1}{2n+1}\right)\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2(2n+1)}\end{aligned}$$ ■

		★この問題に関しては「部分分数分解」の方法について少し多めに時間をとり，一般的な方法を説明する。 →2 つの因数の差を取り，その式を分子に書いてあげることによって部分分数分解を施すことができる。 ★この問題に関しても教科書にヒントが書いてあるが，試験ではヒントはないことを伝え，自分で導けるように指導する。	

時間	学習内容	生徒の学習活動（◇） 指導上の留意点（★）	評価
展開③ (10 分)	●教科書外の内容 （前後 2 つの項が残る）	★一見，これまでの 2 つのパターンと似ているように見えるが，差を取ってみると前後に 2 つの項が残る場合の和を求める。	

例．次の和を求めよ．

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}$$

【解答】

$$\begin{aligned}\frac{1}{k(k+2)}&=\frac{1}{2}\left\{\frac{k+2-k}{k(k+2)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\frac{k+2}{k(k+2)}-\frac{k}{k(k+2)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)\end{aligned}$$

となる．よって，求める和を S とすると，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+2)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)\\&=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\right)\\&=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{5}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{6}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{5}}-\cancel{\frac{1}{7}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{n-1}}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{n}}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}\qquad\blacksquare\end{aligned}$$

		★部分分数に分解後，和を計算した時の前後に残る項（＝消えずに残ってしまう項）が 2 つずつあることに注意させる。 →前後に残る項は必ずしも 1 つとは限らないことに注意する。	

<table>
<tr><th>時間</th><th>学習内容</th><th>生徒の学習活動（◇）
指導上の留意点（★）</th><th>評価</th></tr>
<tr><td>展開④
(13 分)</td><td>●教科書外の内容
（分母の因数が 3 つある場合）</td><td>★分子の因数が 3 つある場合の部分分数分解の解説を中心に，以下の例の和を求める。</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">

例．次の和を求めよ．

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

【解答】

$$\begin{aligned}\frac{1}{k(k+1)(k+2)}&=\frac{1}{2}\left\{\frac{(k+2)-k}{k(k+1)(k+2)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\frac{k+2}{k(k+1)(k+2)}-\frac{k}{k(k+1)(k+2)}\right\}\\&=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right\}\end{aligned}$$

となる．よって，求める和を S とすると，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)(k+2)}\\&=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)\\&=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k(k+1)}-\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)\\&=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1\cdot 2}-\cancel{\frac{1}{2\cdot 3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2\cdot 3}}-\cancel{\frac{1}{3\cdot 4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3\cdot 4}}-\cancel{\frac{1}{4\cdot 5}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{n(n+1)}}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right)=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}\end{aligned}$$

</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>★この問題の部分分数分解は分母の最初の因数と最後の因数の差を取ることによって分解することができることを注意させる。
→3 つに分解しなくても和を求めたときにうまく消えてくれればよいので，この場合はこれ以上の分解を施さなくても和が計算できることに注意する。</td><td></td></tr>
<tr><td>まとめ
(5 分)</td><td>●プリントの配布</td><td>★演習問題として，プリントを配布し，次回の授業までに取り組んでおくように指示を出す。
→入試に関連してくる他，期末試験の試験範囲となることを合わせて連絡をしておく。
→最後の 2 題は授業では取り扱っていないが，工夫をすれば同様にして解けるので取り組んでみるように促す。</td><td></td></tr>
</table>